

# **Statistische Versuchsplanung und –auswertung mit der JMP Software: ein Praxisbeispiel**

Patrick René Warnat  
HMS Analytical Software GmbH  
Rohrbacherstr. 26  
Heidelberg  
patrick.warnat@analytical-software.de

## **Zusammenfassung**

Das JMP Paket ist ein Softwareprodukt der Firma SAS für Datenvisualisierung und -analyse. Als Besonderheiten der Software sind vor allem die durchgängige dynamische Verbindung von Daten und deren Visualisierung sowie eine leicht zugängliche Bedienung zu nennen.

Ein Schwerpunkt der Software liegt bei umfangreichen Möglichkeiten zur statistischen Versuchsplanung und -auswertung. Eine umfassende Auswahl an Standard-Versuchsplänen ist ebenso verwendbar wie die Möglichkeit der Erstellung von maßgeschneiderten D- und I-optimalen Plänen. Komfortable Visualisierungsmethoden unterstützen die Auswertung von Untersuchungsergebnissen. Die Optimierung von Faktorstufenkombinationen wird durch interaktive grafische Werkzeuge erleichtert.

Nach einer einführenden Übersicht zu wichtigen Verfahren der statistischen Versuchplanung liegt der Schwerpunkt dieses Beitrags bei der detaillierten Präsentation eines praktischen Beispiels. Anhand einer konkreten Fallstudie bezüglich der Optimierung eines Produktes wird die Planung und Auswertung von Versuchen mit der JMP Software praktisch demonstriert.

Tipps zur Dokumentation der Versuchsergebnisse und zur Automatisierung von Auswertungen runden den Beitrag ab.

**Schlüsselwörter:** JMP, Versuchsplanung

## **1 Einleitung**

Mit den Überbegriffen Versuchsplanung und -auswertung lassen sich eine ganze Reihe von Methoden und Vorgehensweisen beschreiben. Ziel aller methodischen Ansätze ist es, Versuche so durchzuführen, dass man aussagekräftige Informationen mit einem Minimum an Aufwand erhält.

Im Gegensatz zur reinen Betrachtung eines Untersuchungsgegenstands wird in einem Versuch aktiv eine genau definierte Situation präpariert und dann Veränderungen am präparierten System beobachtet/gemessen.

Versuche werden mit unterschiedlichen Zielsetzungen durchgeführt, Beispiele sind das Verständnis von Wirkungszusammenhängen oder die Optimierung von Prozessen oder Produkten.

Je nach Untersuchungsgegenstand und Aufgabenstellung kann aus einer Vielzahl von Methoden geschöpft werden, die jeweils für eine bestimmte Anwendung mehr oder we-

niger gut geeignet sind. Immer dann, wenn das Ergebnis eines Einzelversuchs bei Wiederholung aufgrund von zufälligen Unterschieden nicht genau gleich ist, kommen statistische Verfahren zur Anwendung. Diese ermöglichen rationale Schlussfolgerungen trotz Zufallsstreuung von Einzelversuchsergebnissen.

Die Software JMP der Firma SAS bietet umfangreiche Möglichkeiten zur statistischen Versuchsplanung und -auswertung. Enthalten ist eine umfassende Auswahl von Methoden für verschiedene Aufgabenstellungen.

Neben Standard-Versuchsplänen ist ebenso die Möglichkeit der Erstellung von maßgeschneiderten D- und I-optimalen Plänen vorhanden.

Ein besonderes Merkmal der Software ist die leicht zugängliche Bedienung über eine ausgereifte graphische Benutzeroberfläche. Weiterhin unterstützen komfortable Visualisierungsmethoden die Auswertung von Untersuchungsergebnissen. Detaillierte Informationen zu den Möglichkeiten der JMP Software zur Versuchsplanung und -auswertung finden sich in [1,2].

Im Folgenden wird zunächst eine einführende Übersicht zur Vorgehensweise bei der Planung und Durchführung von Versuchen gegeben, wobei wichtige Methoden und Konzepte genannt werden.

Der Schwerpunkt dieses Beitrags liegt bei der dann anschließenden detaillierten Präsentation eines Beispiels. Anhand einer konkreten Fallstudie bezüglich der Optimierung eines Produktes wird die Planung und Auswertung von Versuchen mit der JMP Software praktisch demonstriert.

## **2 Übersicht zur Vorgehensweise bei der Versuchsplanung und -auswertung**

In diesem Abschnitt werden die typischen Schritte zur Planung und Durchführung von Versuchen in einer kurzen Zusammenfassung beschrieben. Für eine detaillierte Darstellung sei auf das Buch von Kleppmann verwiesen [3].

### **2.1 Beschreibung Ausgangssituation und Festlegung Untersuchungsziel**

Zur Vorbereitung sollten mindestens folgende Fragen berücksichtigt werden: Was soll untersucht werden, was ist das langfristige Ziel und in welchen Teilschritten können (Teil-) Ziele erfüllt werden, um das langfristige Ziel zu erreichen? Was ist über das zu untersuchende Problem bereits bekannt?

Beispiele für Untersuchungsziele sind das Verständnis von Wirkungszusammenhängen, das Feststellen der Stellgrößen mit größter Wirkung auf eine oder mehrere Zielgrößen oder die Optimierung von Stellgrößeneinstellungen.

## **2.2 Festlegung Zielgrößen und Faktoren**

Was sind mögliche oder bekannte Einflussgrößen (Stellgrößen), die untersucht werden sollen? Diese werden als Faktoren bezeichnet und werden im Versuch aktiv verändert. Zielgrößen sind die Größen, die das Ergebnis eines Versuchs beschreiben. Durch gezielte Versuche wird die Wirkung (der Effekt) einer Veränderung der Faktoren auf eine oder mehrere Zielgrößen untersucht. Der Effekt wird dazu als Differenz zwischen Mittelwerten berechnet.

Der untersuchte Wertebereich für die Faktoren sollte nicht zu schmal sein (je schmaler, um so schwieriger ist der Nachweis eines Effekts auf die Zielgrößen wegen der Zufallsstreuung der Messergebnisse), aber auch nicht zu breit sein (um so schwieriger ist die korrekte Beschreibung des Wirkungszusammenhanges zwischen Faktor und Zielgröße). Nicht im Versuchsplan enthaltene Größen sollten möglichst konstant gehalten werden.

## **2.3 Versuchsplan erstellen**

Je nach Ziel der Untersuchung und Untersuchungsgegenstand eignen sich unterschiedliche Versuchspläne: Screening-Pläne dienen dazu, aus einer größeren Menge von Faktoren mit vertretbarem Aufwand die Faktoren mit einem signifikanten Einfluß auf die Zielgröße zu erkennen, vollständig faktorielle Pläne ermöglichen darüber hinaus die genaue Beschreibung linearer Wirkungszusammenhänge inklusive der Untersuchung von Wechselwirkungen, Pläne für die Erfassung nichtlinearer Zusammenhänge kommen bei der Optimierung quantitativer Faktoren zum Einsatz.

Je genauer man den mittleren Effekt der Faktoren bestimmen möchte und je stärker einzelne Versuchsergebnisse durch zufällige Unterschiede streuen, desto mehr Einzelversuche sind erforderlich. Je nach Fragestellung kann man verschiedene statistische Ansätze zur Berechnung der nötigen Anzahl von Versuchen verwenden.

Ein wichtiges Konzept bei der konkreten Erstellung eines Versuchsplans ist die Randomisierung. Damit kein unbekannter aber systematischer Einfluss eine Verfälschung der Versuchsergebnisse bewirkt, werden Einzelversuche in zufälliger Reihenfolge durchgeführt.

Weiterhin kann es sinnvoll sein, Einzelversuche in Gruppen zu so genannten Versuchsblöcken zusammenzufassen.

Durch Blockbildung können bekannte, auf die Versuchsergebnisse Einfluss nehmende Veränderungen (zum Beispiel durch geänderte Versuchsumgebungsbedingungen) zwischen Gruppen („Blöcken“) von Versuchen erfasst werden, um eine Verfälschung der Versuchsergebnisse zu vermeiden.

## **2.4 Versuchsdurchführung**

Die sorgfältige Ausführung der eigentlichen Versuche hat einen wesentlichen Einfluss auf den erfolgreichen Ausgang einer Untersuchung.

Besonderheiten während der Versuchsausführung sollten auf jeden Fall dokumentiert werden, dabei ist insbesondere auf Umgebungsbedingungen zu achten. Diese sollten zwischen den Versuchen gleich bleibend sein.

## 2.5 Versuchsauswertung und Ergebnisinterpretation

Zunächst sind die erfassten Ergebnisse auf Vollständigkeit und Plausibilität zu prüfen. Danach folgt die Anpassung eines statistischen Modells, wobei dieses iterativ durch Entfernen nicht-signifikanter Terme und Neuanpassung verfeinert werden kann.

Eine anschließende Residuendiagnose ist für die Beurteilung der Güte des Modells wichtig.

Wenn ein Modell gefunden wurde, das die Daten gut beschreibt und plausibel ist, können damit gegebenenfalls Faktoreneinstellungen gefunden werden, mit denen man für eine oder mehrere Zielgrößen optimale Werte (Minimum, Maximum, bestimmter Zielwert) erreicht.

Anschließende Bestätigungsversuche und ein Vergleich mit vom Modell berechneten Werten dienen zur Gewährleistung, dass gültige Ergebnisse aus den Versuchen abgeleitet werden konnten.

## 2.6 Dokumentation

Als Ausgangspunkt für weitere Untersuchungen und um Reproduzierbarkeit durch Andere zu erreichen, müssen Versuche ausreichend dokumentiert werden. Dazu gehört neben der Darstellung der Ergebnisse auch eine Beschreibung der durchgeführten Versuche und der Ausgangslage.

# 3 Beispiel für die Versuchsplanung und Auswertung mit JMP

Anhand des folgenden einfachen Beispiels soll die Verwendung der JMP Software für die Planung und Auswertung von Versuchen demonstriert werden. Dabei werden die in Abschnitt 2 genannten Schritte durchgeführt, wobei in einem iterativen Vorgehen mehrere Versuchspläne aufgestellt und ausgewertet werden, um in Teilschritten zum Ziel zu kommen.

Für das Beispiel wurde die JMP Software in der Version 7.0.1 mit englischen Bildschirmtexten verwendet.

## 3.1 Untersuchungsgegenstand, Ausgangssituation und Untersuchungsziel

Untersuchungsgegenstand sei ein einfach herzustellendes Flugmodell aus Papier, der „Papierhubschrauber“. Baupläne zu „Papierhubschraubern“ existieren in mehreren Varianten, hier soll die in Abb. 1 dargestellte Variante betrachtet werden. Der hier betrachtete Papierhubschrauber wird hergestellt, indem aus einem Blatt Papier die in Abb. 1 gezeigte Figur ausgeschnitten und den gestrichelten Linien entsprechend gefaltet wird. Die „Rotorblätter“ am oberen Ende der Papierfigur werden dabei nur um 90° Grad gefaltet, jeweils in verschiedene Richtungen. Das untere Ende des Papierhubschraubers wird mit einer Büroklammer beschwert, die dabei die seitlich einzuklappenden Flächen am unteren Ende der Basis zusammendrückt. Der Papierhubschrauber wird nicht geworfen sondern einfach fallengelassen. Bei geeigneter Wahl der Länge (Größe L in Abb. 1)

und Breite (Größe B in Abb. 1) der ausgeschnittenen Grundfigur beginnt der Papierhubschrauber im Fall stabil zu rotieren und sinkt gebremst zu Boden.

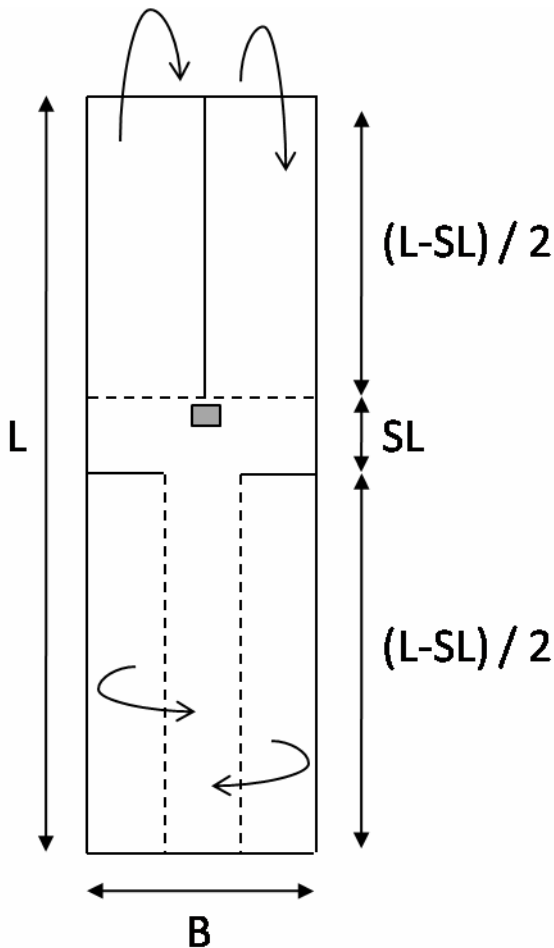
Unter Verwendung des vorgestellten Bauplans soll nun empirisch untersucht werden, wie die Breite und Länge zu wählen sind, um die Sinkzeit zu maximieren. Dabei soll für die Herstellung des Flugmodells maximal ein DIN-A4-Blatt (Stärke  $80\text{g/m}^2$ ) verwendet werden. Als weitere Anforderung soll der Streifen zwischen der Basis und den Rotorenblättern konstant 2 cm (Größe SL in Abb. 1) lang sein, um eine stabile Basis für die Rotorenblätter zu bieten. In allen Versuchen soll die Sinkzeit für einen Fall aus 2,40 m gemessen werden. Die Zeitmessung erfolgt per Hand mit einer digitalen Stoppuhr.

Um den Abwurf der Papiermodelle in den einzelnen Versuchen möglichst gleichartig zu gestalten, wird an jedem Papierhubschrauber eine „Aufhängevorrichtung“ installiert, in dem ein 7 cm langes Stück Nähgarn mit einem kleinen Stück Klebeband an der Rotorbasis befestigt wurde (das grau gefüllte Rechteck in Abb. 1 markiert die Stelle). Für die

Versuche werden die erstellten Papierhubschrauber jeweils am oberen freien Ende des Fadens gehalten, bis das Papiermodell darunter in ruhiger Position hängt, erst dann wird das Modell fallengelassen.

Ausgangspunkt der Untersuchung soll ein mehrfach erprobter und stabil rotierender Papierhubschrauber mit den Maßen Breite = 9 cm und Länge = 15 cm sein.

Als Vorwissen sei Folgendes bekannt: Eine einfache Voruntersuchung hat ergeben, dass bei einer Breite von 9 cm und einer Länge von 15 cm, eine Vergrößerung der Länge um 6 cm eine deutlich Steigerung der durchschnittlichen Flugzeit mit sich bringt. Es soll nun insbesondere untersucht werden, ob bei weiterer Verlängerung des Bauplans weiterhin dieser Effekt zu beobachten ist. Außerdem soll zusätzlich der Einfluß der Breite des Bauplans untersucht werden.



**Abbildung 1:** Bauplan des Papierhubschraubers.

Gestrichelte Linien werden gefaltet, durchgezogene Linien werden geschnitten. Größenbezeichnungen: L = Länge; B = Breite; SL = Streifenlänge.

### 3.2 Festlegung der Zielgröße und Faktoren, Versuchsplanerstellung

Die Länge und die Breite der Grundfigur sind also die Faktoren für die Untersuchung, die Sinkzeit ist die Zielgröße. Um im Hinblick auf die Sinkzeit optimale Einstellwerte für die Breite und Höhe zu finden, bietet sich folgendes iterative Vorgehen an: Zunächst wird mit einem zweistufigen vollständig faktoriellen Plan ermittelt, wie sich die Sinkzeit bei Variation der Faktoren Länge und Breite verändert. Daraus kann dann ermittelt werden, ob ein Optimum für die Faktoreneinstellung im untersuchten Faktoren-Wertebereich zu finden ist. Wenn nicht, muss in einem neuen Versuchsplan ein anderer Wertebereich untersucht werden. Dazu lässt sich aus den ersten Versuchsergebnissen ableiten, in welcher Richtung im Wertebereich der Faktoren weitergesucht werden sollte. Falls dagegen im untersuchten Wertebereich ein Optimum liegen könnte, wird der bestehende Versuchsplan erweitert, um die Lage des Optimums finden zu können.

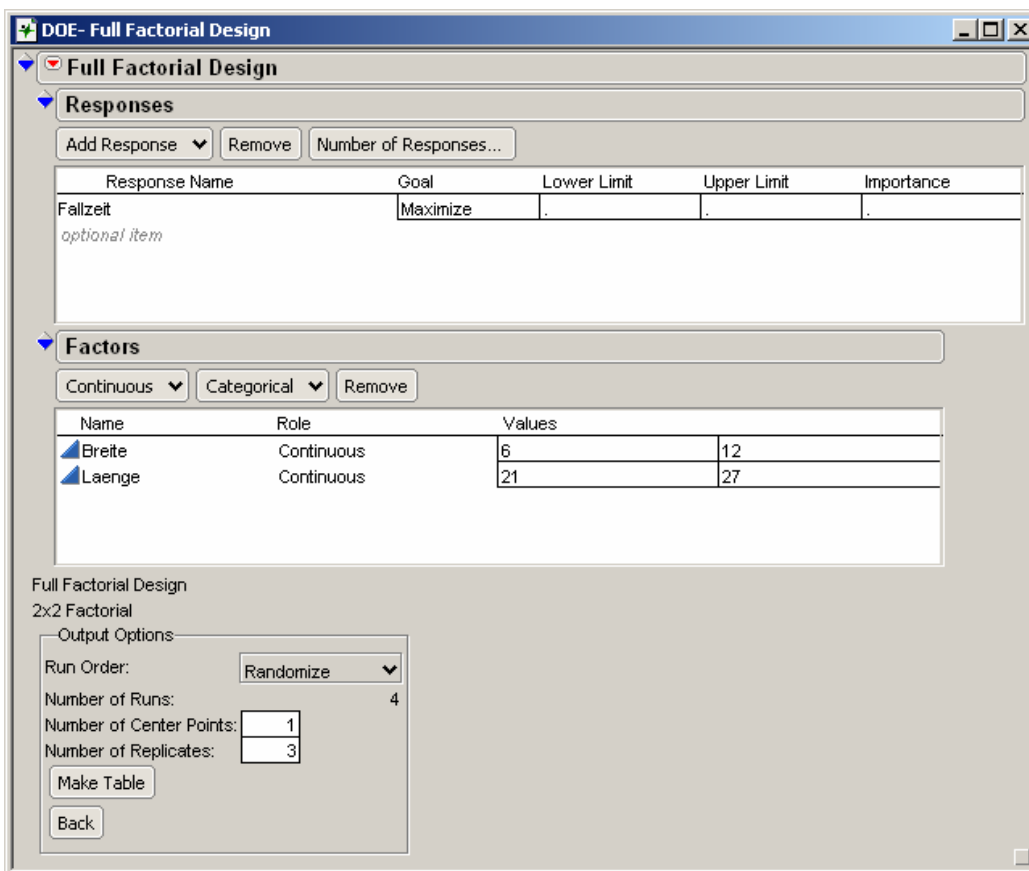
Als Zentrumspunkt des vollständig faktoriellen Plans wird ein Papierhubschrauberbauplan mit den Maßen Breite = 9 cm und Länge = 24 cm verwendet. Ausgehend von diesen Maßen werden beide Faktoren jeweils um +/- 3 cm variiert. Dadurch wird für die Länge ein Wertebereich im direkten Anschluss an den in der bekannten Voruntersuchung (siehe Abschnitt 3.1) betrachteten Wertebereich untersucht.

Die Verwendung eines vollständig faktoriellen Planes bedeutet, dass im Versuchsplan alle Kombinationen von möglichen Faktorstufen gemessen werden, so dass auch Interaktionseffekte beurteilt werden können. Bei einem zweistufigen (pro Faktor werden zwei Werte untersucht) vollständig faktoriellen Versuchsplan mit zwei Faktoren ergibt sich ein Grundplan mit  $2^2=4$  Versuchen. Durch die Vermessung eines Zentrumspunkts kommt ein weiterer Versuch hinzu. Damit ergibt sich ein Grundplan mit 5 Versuchen für die hier beschriebene Anwendung. Da die erfassbaren Werte der Zielgröße einer Zufallsstreuung unterliegen (zufällige Unterschiede in der Luftströmung bei Fall des Papiermodells, zufällige Unterschiede in der manuellen Zeitmessung, etc.), reicht es nicht, jeden Versuch aus dem Grundversuchsplan einmal auszuführen, stattdessen wird jeder Versuch mehrmals ausgeführt. Wie oft, hängt von der Zufallsstreuung der Werte der Zielgröße ab, wie groß die zu erkennenden Effekte auf die Zielgröße bei Änderung eines Faktorwerts sein soll, und mit welcher Wahrscheinlichkeit dieser Effekt korrekt erkannt werden soll (Irrtumswahrscheinlichkeiten  $\alpha$  und  $\beta$ ).

Um für den beschriebenen Grundplan mit fünf Versuchen die Anzahl an Ausführungen (Wiederholungen) abschätzen zu können, sollte zunächst die zu erwartende Zufallsstreuung in der Zielgröße ermittelt werden. Dazu bietet sich an, in einem Vorversuch den Zentrumspunkt des Plans mehrmals zu vermessen, um eine Schätzung für die Streuung der Messwerte in der Zielgröße zu erhalten. Bei zehnmaliger Ausführung der Versuche des Zentrumspunkts im Versuchsplan wurde für die Fallzeit eine Standardabweichung von kleiner als 0,1 s gemessen (Alle Zeitangaben sind in der Einheit Sekunden [s] angegeben). Wenn man zur Fallzahlabeschätzung von einem maximalen Wert von 0,1 s ausgeht und die Festlegungen trifft, dass ein Effekt von 0,2 s mit den Fehlerwahrscheinlichkeiten  $\alpha=5\%$  und  $\beta=5\%$  erkannt werden soll, kann dies folgendermaßen

in JMP eingegeben werden, um die benötigte Gesamtanzahl an Versuchen auszurechnen: Man wählt im „DoE“ - Menü den Eintrag „Sample Size and Power“ an und im darauf folgenden Menü „Two Sample Means“, da es sich um einen zweistufigen Plan handelt. In der folgenden Eingabemaske werden die oben genannten Angaben eingegeben, und es ergibt sich ein gerundeter Wert von mindestens 16 auszuführenden Versuchen. Diese Gesamtanzahl kann nun durch die Anzahl Versuche des vollständig faktoriellen Grundplans geteilt werden, so erhält man die Anzahl von 4 Ausführungen jedes Versuchs. Die Zentrumsunkte werden analog entsprechend oft ausgeführt, so dass man auf insgesamt 20 auszuführende Experimente kommt.

Aus statistischer Sicht wäre es ideal, wenn für jeden Einzelversuch ein neuer Papierhubschrauber hergestellt werden würde. Dann würde die Streuung der Messwerte in der Zielgröße auch die Unterschiede in der Herstellung (Ausschneiden und Falten) beinhalten. Einfache Vorversuche haben allerdings gezeigt, dass bei sorgfältiger Herstellung die Unterschiede bei Messungen mit verschiedenen Papierhubschraubern der gleichen Länge und Breite nur unwesentlich größer sind als die Unterschiede in den Messungen mit demselben Papierhubschrauber. Deshalb wurde hier für alle folgenden Versuche Papierhubschrauber für eine bestimmte Länge und Breite nur einmal hergestellt und dann mehrmals ihre Fallzeit vermessen, auch wenn dadurch zufällige Unterschiede in der Herstellung der Papierhubschrauber nicht in die Zufallsstreuung der Messungen eingehen.



**Abbildung 2:** Anwenderdialog zur Erstellung eines vollständig faktoriellen Versuchsplans in JMP.

Ein vollständig faktorieller Versuchsplan kann direkt mit der Methode „Full Factorial Design“ in JMP erstellt werden. Für dieses Beispiel sind die Angaben wie in Abb. 2 gewählt worden. Die Anzahl der Replikate („Number of Replicates“) gibt an, wie oft die vier Messungen des Grundplans nach der ersten Ausführung wiederholt werden. Um auf die oben berechnete Gesamtzahl 4 zu kommen, wird hier ein Wert von 3 angegeben. Zusätzlich wird ein Zentrumspunkt gemessen. Durch den Zentrumspunkt können Abweichungen von der Linearität in der Abhängigkeit der Zielgröße von den Faktoren erkannt werden. Um zu verhindern, dass unerkannte Veränderungen während der Abarbeitung des Versuchsplans einen Trend in die Messergebnisse bringen, der die Effektschätzung verfälscht, ist die Randomisierung der Reihenfolge der Einzelversuche sehr wichtig und in JMP wird deshalb die entsprechende Voreinstellung übernommen.

Nach Bestätigung der Einstellungen erhält man in JMP eine neue Datentabelle mit einem Versuchsplan analog Abb. 3 (konkrete Reihenfolge der Zeilen ist zufallsbasiert). Bei Abarbeitung der Versuchsplantabelle können in der Spalte „Fallzeit“ die Messergebnisse direkt eingetragen werden. Im so genannten „Panel“-Bereich der Datentabelle (linker Fensterbereich) wird automatisch bei Erstellung des Versuchsplans ein oder mehrere JSL-Scripts (ähnlich zu Visual Basic-Makros in Microsoft-Office) hinterlegt, welches genutzt werden kann, um die Auswertung der Daten zu starten (Script-Bezeichnung „Model“).

Design	Pattern	Breite	Laenge	Fallzeit
1	+-	12	21	▪
2	--	6	21	▪
3	00	9	24	▪
4	-+	6	27	▪
5	--	6	27	▪
6	--	6	21	▪
7	-+	6	27	▪
8	+-	12	21	▪
9	++	12	27	▪
10	00	9	24	▪
11	+-	12	21	▪
12	-+	6	27	▪
13	+-	12	21	▪
14	++	12	27	▪
15	++	12	27	▪
16	--	6	21	▪
17	--	6	21	▪
18	00	9	24	▪
19	++	12	27	▪
20	00	9	24	▪

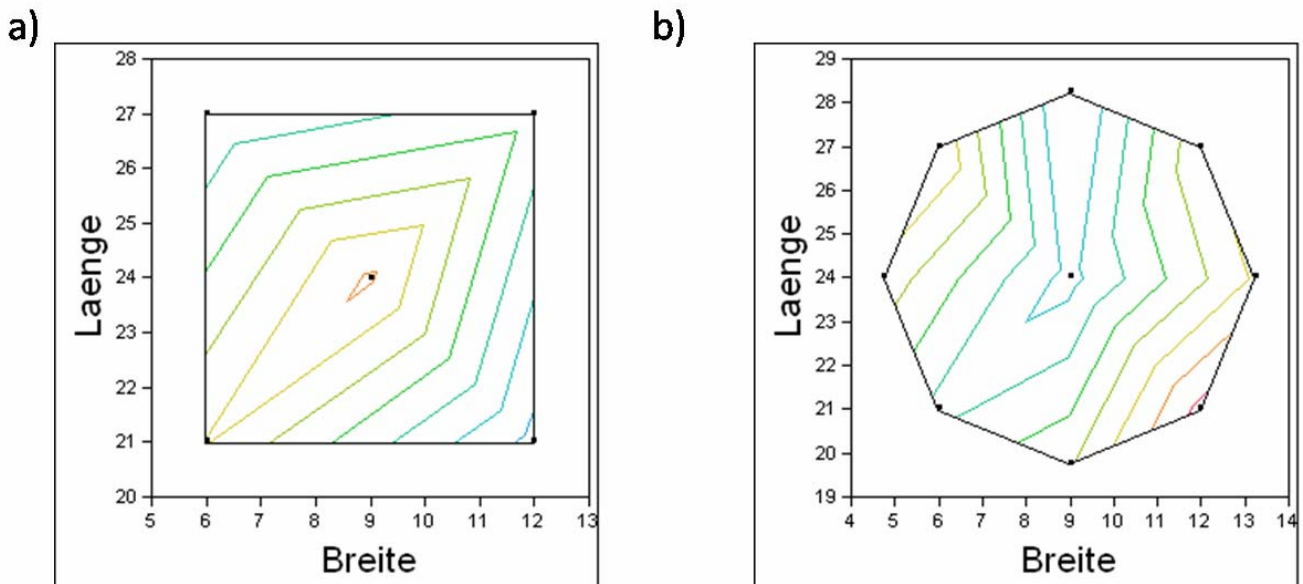
Abbildung 3: JMP-Datentabelle mit dem erstellten vollständig faktoriellen Versuchsplan.

### 3.3 Auswertung des ersten Versuchplans

Die Messungen konnten ohne besondere Vorkommnisse in der im Versuchsplan festgelegten Reihenfolge durchgeführt werden und wurden direkt in die Versuchstabelle eingetragen.

Die Auswertung des vollständig faktoriellen Versuchsplans zeigt, dass ein angepasstes lineares Modell mit den Faktoren Breite, Länge sowie einem Interaktionsterm, die Daten nur unzureichend erklärt („adjusted R-Square“: 39,5%; „Lack of Fit“-Test signifikant).

Interessanterweise ergibt sich der höchste Mittelwert in der Fallzeit für den Zentrums-punkt. Wenn man sich die Daten einmal in einem Höhenliniendiagramm ansieht (Abb. 4a), kann man erkennen, dass in der untersuchten Region ein nichtlinearer Zusammenhang zwischen den Faktoren und der Zielgröße existiert.



**Abbildung 4:** Höhenliniendiagramme der gemessenen Fallzeit in Abhängigkeit der Länge [cm] und Breite [cm] der Papierhubschrauber. **a)** Messwerte der ersten Versuchsreihe (vollständig faktorieller Versuchsplan) **b)** Messwerte der zweiten Versuchsreihe (um Sternpunkte erweiterter Versuchsplan). In beiden Versuchsreihen wurden die höchsten Messwerte für die Fallzeit jeweils für eine Länge von 24 cm und eine Breite von 9 cm gemessen.

Um diesen nichtlinearen Zusammenhang besser untersuchen zu können, bietet sich die Erweiterung des Versuchsplans zu einem zentral zusammengesetzten Plan an, indem „Sternpunkte“ hinzugefügt werden. In JMP kann dazu die Methode „Augment Design“ verwendet werden, die einen bestehenden Versuchsplan erweitert (in diesem Fall mit der Option „Add axial“). Da die Versuche, die die Sternpunkte im Versuchsplan bilden, zeitlich später hinzugefügt wurden, wurden die neuen Versuche in einem neuen Block hinzugefügt (und dazu eine Block-Variable in den Versuchsplan eingeführt). Als Wert für den codierten Abstand der Sternpunkte vom Zentrums-punkt wurde 1.414 gewählt,

um einen orthogonales Design zu erhalten. Als Anzahl der Zentrumspunkte  $n_0$  für den Grundplan wurde  $n_0=8$  gewählt. Da im ursprünglichen Design schon ein Zentrumspunkt pro Replikation gemessen wurde, wurde in der „Augment Design“-Maske der Wert 7 eingegeben. Dadurch werden im Ergebnis 11 neue Zeilen an den ursprünglichen Versuchsplan angehängt, vier für die neuen Sternpunkte und 7 für die neuen Zentrumsmessungen. Es empfiehlt sich, auch die Sternpunkte und die neu hinzugefügten Sternpunkte jeweils so oft zu messen, wie die Versuche des vollständig faktoriellen Designs, hier also viermal. Dazu wurden die neuen 11 Zeilen des erweiterten Versuchsplans drei Mal kopiert und die Reihenfolge dieser insgesamt 44 neuen Zeilen randomisiert (über eine temporär erzeugte Formelspalte mit einer „ColShuffle“-Funktion und anschließendem Sortieren).

### 3.4 Auswertung des erweiterten Versuchsplans

Nach Durchführung der neu zum Plan hinzugefügten Versuche wurde ein quadratisches Modell mit folgenden Termen erstellt:

Breite, Länge, Breite\*Länge, Breite\*Breite, Länge\*Länge, Block.

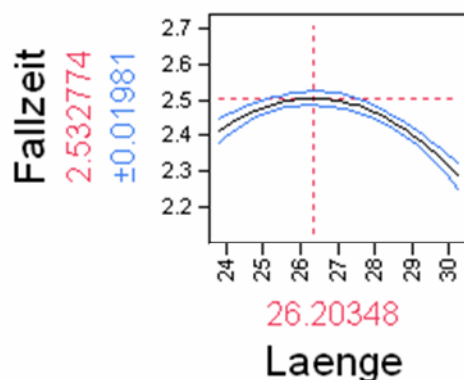
Das neu erstellte quadratische Modell erklärt die gemessenen Daten viel besser („adjusted R-Square“ 81%) als das zuvor erstellte lineare Modell die Daten der ersten Versuchsreihe, allerdings ergibt sich immer noch ein signifikantes „Lack – Of Fit“ - Testergebnis. Der Blick auf die Messwerte im Höhenliniendiagramm (Abb. 4b) zeigt, dass im untersuchten Bereich eine Abhängigkeit zwischen den Faktoren und der Zielgröße existiert (eine Art „Höhen-Kamm“), die sich nicht über den gesamten untersuchten Wertebereich der Faktoren mit ellipsoiden Höhenlinien (worauf ein quadratisches Modell beschränkt ist) beschreiben lässt. Hier empfiehlt sich, als nächstes einen kleineren Ausschnitt des Wertebereichs zu untersuchen, der sich näherungsweise quadratisch beschreiben lässt.

### 3.5 Weitere Versuche zu Feinoptimierung

Da sich aus dem Höhenliniendiagramm in Abb. 4b entnehmen lässt, dass die höchsten Werte für die Zielgröße für Längen zwischen ca. 24 und 28 cm beobachtet werden, sei in diesem Beispiel nur untersucht, welcher Wert des Faktors Länge in diesem Bereich ein Maximum bei einem Breitenwert von 9 cm hervorbringt.

Dazu wurden in einer weiteren Messserie Papierhubschrauber-Baupläne mit einer Breite von 9 cm und Längen 24 cm, 28,24 cm (schon in bisherigen Versuchen verwendet), sowie zusätzlich 25,5 cm, 27 cm sowie 29,7 cm (technische Obergrenze, Länge DIN-A4 Blatt) verwendet. Für diese 5 Längenwerte wurden jeweils 4 Messungen erstellt, in 4 Blöcken wurde jeweils mit jeder Länge eine Messung in zufälliger Reihenfolge ausgeführt. Ein quadratisches Modell (Terme: Länge, Länge\*Länge und Block für die Blockvariable) erklärt die beobachteten Daten sehr gut („adjusted R-Square“ 85%, alle Parameter im Modell signifikant). Eine Prüfung der Residuen ergab keine Auffälligkeiten. Für Abb. 5 wurde der so genannte „Prediction Profiler“ verwendet, um das berechnete Modell zu visualisieren. Mit ihm lässt sich jeweils die Faktoreneinstellung finden, für

die ein optimierter Wert in der Zielgröße zu beobachten ist. Insbesondere für Untersuchungen mit mehr als einer Zielgröße ist der Prediction Profiler ein sehr nützliches Werkzeug für die graphische Untersuchung/Optimierung von Faktoreneinstellungen. Für das zuletzt berechnete quadratische Modell ergibt sich für einen Wert des Faktors Länge von 26,2 cm die im untersuchten Bereich maximale mittlere Fallzeit von 2,53 +/- 0,02 s (95%-Konfidenzintervall).



**Abbildung 5:** Die Fallzeit [s] in Abhängigkeit der Papierhubschrauberlänge [cm] für eine Breite von 9 cm.

### 3.6 Bestätigungsmess-Serie

In einer zusätzlichen Bestätigungsmess Serie mit einem Papierhubschrauber der Breite 9 cm und Länge 26,2 cm wurde für den Mittelwert der Fallzeit über 10 Messungen ein Wert von 2,51 s (Std.-Fehler Mittelwert, 0,01 s) ermittelt.

Das Ziel dieser Beispiel-Untersuchung war die Optimierung der Fallzeit durch geeignete Einstellung der Faktoren Länge und Breite im untersuchten Wertebereich.

Gegenüber dem Ausgangspunkt, einem Bauplan mit der Breite 9 cm und Länge 15 cm, kann somit durch eine Änderung des Faktors Länge eine Verbesserung der mittleren Fallzeit von 1,96 s auf 2,51 s erreicht werden.

### 3.7 Ergebnisinterpretation

Wie lassen sich die Untersuchungsergebnisse interpretieren? Die Länge des Bauplans wirkt sich einerseits auf die Flügelfläche, andererseits auf die Länge des Hubschrauberrumpfes aus. Außerdem wird der Papierhubschrauber schwerer, da die verwendete Papierfläche größer wird. Die Flügelfläche bremst den Fall der Papierfigur, das Gewicht zieht sie nach unten. Für eine Breite von 9 cm scheint man für eine Länge von ca. 26 cm den Punkt zu erreichen, an dem der Effekt einer Verlängerung der Flügellänge auf die Sinkzeit den Effekt der Vergrößerung des Gewichts nicht mehr übersteigt. Dies ist eine mögliche Erklärung für das beobachtete Maximum der Sinkzeit bei einer Bauplanlänge von 26 cm. Die Bauplanbreite beeinflusst einerseits die Flügelbreite als auch die Breite der Hubschrauber-Basis und natürlich auch das Gesamtgewicht des Papierhub-

schraubers. Wie bei der Flügellänge ist anzunehmen, dass die Vergrößerung der Flügelfläche durch Verbreiterung die gleichzeitige Gewichtszunahme ab einem gewissen Punkt nicht mehr kompensieren kann. Zusätzlich führt eine Verbreiterung der Basis zu einer Vergrößerung der Fläche, die die Rotation des Papierhubschraubers bremst. Wenn bei gleicher Länge die Breite immer mehr vergrößert wird, rotiert der Papierhubschrauber ab einem gewissen Punkt immer instabiler, bis hin zum Trudeln, was die Fallzeit verkleinert. Bei einer Breite von 9 cm und einer Länge von ca. 26 cm erhält man einen stabil rotierenden Papierhubschrauber mit einem guten Verhältnis von Gewicht und Flügelfläche.

### **3.8 Dokumentation**

Bei der Arbeit mit JMP werden Auswertungsergebnisse in so genannten Report-Fenstern angezeigt. Es empfiehlt sich nicht, direkt diese Report-Fenster zu speichern, sondern die Ergebnisse in einer so genannten Journal-Datei (eine Art elektronisches „Laborbuch“) zu sammeln. Ein JMP-Journal kann direkt in ein Format exportiert werden, das auch außerhalb von JMP gelesen werden kann, z. B. Microsoft Word, oder HTML. Alternativ empfiehlt es sich, die in JMP verfügbare „Makro-Recorder“-Funktionalität zu nutzen, die es erlaubt für ein Report-Fenster ein so genanntes JSL-Skript zu erzeugen. Diese kann direkt mit einer Datentabelle verknüpft werden, um für eine gegebene Datentabelle eine Analyse per Knopfdruck zu wiederholen.

## **4 Ausblick**

Über das hier vorgestellte Beispiel ist mit der JMP Software bezüglich Versuchplanung noch viel mehr möglich, D- und I-optimale Versuchspläne können für beliebige Kombinationen von kategorialen und kontinuierlichen Faktoren erstellt werden, und Mischungsfaktoren (die sich gegenseitig begrenzen, z. B. Flüssigkeitsmengen in einem geschlossenen Gefäß) werden explizit unterstützt.

Weiterhin erlaubt die eingebaute Skript-Sprache JSL die Erweiterung der eingebauten Funktionalität um eigene Implementierungen sowie die Kapselung von Funktionalität für Spezialanwendungen. Damit kann die ohnehin sehr große Anwendungsmöglichkeit der JMP Software in der Versuchsplanung und -auswertung noch erweitert werden.

### **Literatur**

- [1] JMP Design of Experiments Guide, Release 7. SAS Institute Inc., Cary, NC, USA, 2007.
- [2] Goupy, J.; Creighton, L.: Introduction to Design of Experiments with JMP examples, Third Edition. SAS Institute Inc., Cary, NC, USA, 2007.
- [3] Kleppmann, W.: Taschenbuch Versuchsplanung, 5., überarbeitete Auflage. Carl Hanser Verlag, München, Wien, 2008.

## **Anhang A: Danksagung**

Der Autor dankt Frau D. Hirth für die Assistenz bei der Ausführung der hier beschriebenen Versuche.